Variable Compleja I

Temario

1. Elementos de Análisis Complejo

    Definición de derivada compleja. Funciones holomorfas. Ecuaciones de Cauchy-Riemann.
    Integración compleja. Teorema de Cauchy y consecuencias: Teoremas de Morera y Liouville. Teorema fundamental del álgebra.
    Series de potencia. Funciones analíticas. Representación en series de potencias de funciones holomorfas.
    Ceros y singularidades aisladas de funciones holomorfas. Funciones meromorfas.
    Series de Laurent.
    Principio del máximo y consecuencias.
    Cálculo de residuos. Teorema de residuos. Cálculo de integrales definidas reales.

2. Convergencia y Teoremas de Aproximación de Funciones Holomorfas

    Familias de funciones holomorfas. Límites de sucesiones de funciones holomorfas.
    Convergencia uniforme en compactos.
    Familias uniformemente acotadas. Teorema de Arzela-Ascoli para funciones holomorfas.
    Teorema de Hurwitz sobre ceros de límites de funciones holomorfas. Teorema de Mittag-Leffler sobre existencia de funciones meromorfas con determinados polos.
    Teorema de Runge sobre aproximación de funciones holomorfas por funciones racionales o polinomios.
    Productos infinitos. Existencia de funciones enteras con determinados ceros.

3. Aplicaciones Conformes

    Lema de Schwarz. Automorfismos holomorfos del disco. Automorfismos del plano.
    Transformaciones de Möbius. La esfera como variedad compleja. Automorfismos de la esfera.
    Ejemplos de difeomorfismos holomorfos entre abiertos del plano complejo. Teorema d e la aplicación de Riemann.

4. Temas complementarios.

    Introducción a las superficies de Riemann. Introducción a la geometría hiperbólica.
    Funciones especiales (función gamma, función zeta de Riemann, funciones elípticas).
    Funciones armónicas.