

TEORÍA DE LA MEDIDA

Temario

TEMAS BÁSICOS

1. Medidas

- 1.1 Algebras y sigma-algebras
- 1.2 Clase monótona.
- 1.3 Medidas
- 1.4 Medida Exterior. Teorema de Caratheodory
- 1.5 Medidas de Borel Regulares
- 1.6 Medida de Lebesgue

2. Funciones e Integración

- 2.1 Funciones Medibles. Aproximación por funciones simples
- 2.2 Integración de funciones no negativas. Teorema de convergencia monótona, Lema de Fatou
- 2.3 Integración de funciones complejas. Teorema de convergencia dominada
- 2.4 La integral de Riemann
- 2.5 Modos de Convergencia. Teorema de Egoroff.

3. Medidas producto

- 3.1 Construcción de medidas producto. Conmutatividad y asociatividad
- 3.2 Teorema de Fubini
- 3.3 La integral de Lebesgue en \mathbb{R}^n

Descomposición de medidas

- 4.1 Medidas con signo. Descomposición de Hahn, descomposición de Jordan
- 4.2 Teorema de Radon-Nikodim. Generalización a medidas complejas

5. Espacios L_p

- 5.1 Espacios normados
- 5.2 Funcionales lineales
- 5.3 Funciones convexas. Teorema de Jensen
- 5.4 Propiedades básicas de espacios L_p . Desigualdades de Holder, Minkowski, Completitud

4.

TEMAS COMPLEMENTARIOS

6. Diferenciación de medidas

6.1 La integral indefinida

6.2 Función maximal de Hardy-Littlewood

6.3 Teorema de diferenciación de Lebesgue. Lemas de cubierta de Vitali

7. Representación de Espacios Duales

7.1 Forma general de un funcional bilineal acotado (Tma. de Lax-Milgram).

7.2 Espacio dual de L_p

7.3 Operadores con núcleo reproductor.

7.4 Funciones de variación acotada.

7.5 Espacio dual de $C[a; b]$.