Examen General de Topología **Nombre:** ______________________
Fecha: 06/Agosto/2020
Semestre: 2020-I

Instrucciones:
Tienes cuatro horas para contestar las preguntas. No se permiten celulares, ni tabletas, ni calculadoras. Escribe tu respuesta a cada problema en páginas separadas. La calificación aprobatoria es del 80%. ¡Éxito!

Problema 1. Usando la definición de "*conexo*", demuestra que el intervalo $[0, 1]$ es conexo (con la topología de subespacio de $\mathbb{R}$)

Problema 2. Demuestra que si Y es compacto, entonces la proyección $p : X \times Y \to X$ es una función cerrada.

Problema 3. Demuestra que un espacio de Hausdorff y compacto es normal.

Problema 4. Sea X un espacio métrico. Probar que son equivalentes las afirmaciones (a) X es separable. (b) X es Lindelöf. (Nota. Se dice que X es separable si contiene un conjunto denso numerable. Se dice que X es Lindelöf si de toda cubierta abierta de X se puede extraer una subcubierta numerable.)

Problema 5. Demuestra que no existen retracciones: (a) $r\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{S}^1$, (b) $r\colon \mathbb{D}^2 \vee \mathbb{D}^2 \to \mathbb{S}^1 \vee \mathbb{S}^1$.

Problema 6. Demuestra que si Y es un espacio contraíble, entonces cualesquiera dos funciones contínuas $f, g\colon X \to Y$ son homotópicas.

Problema 7. Calcula el grupo fundamental del toro 3-dimensional. Esto es, del espacio que resulta de identificar los tres pares de caras opuestas de un cubo $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1] \subset \mathbf{R}^3$.

Problema 8. Considera el mapeo $p : E \to X$ de la siguiente figura; p manda los arcos A_1 y A_2 sobre A, B_1 y B_2 sobre B. Además, p mapea A_3 y B_3 homemórficamente sobre A y B, respectivamente. Decide si p es un cubriente regular. Justifica tu respuesta.