

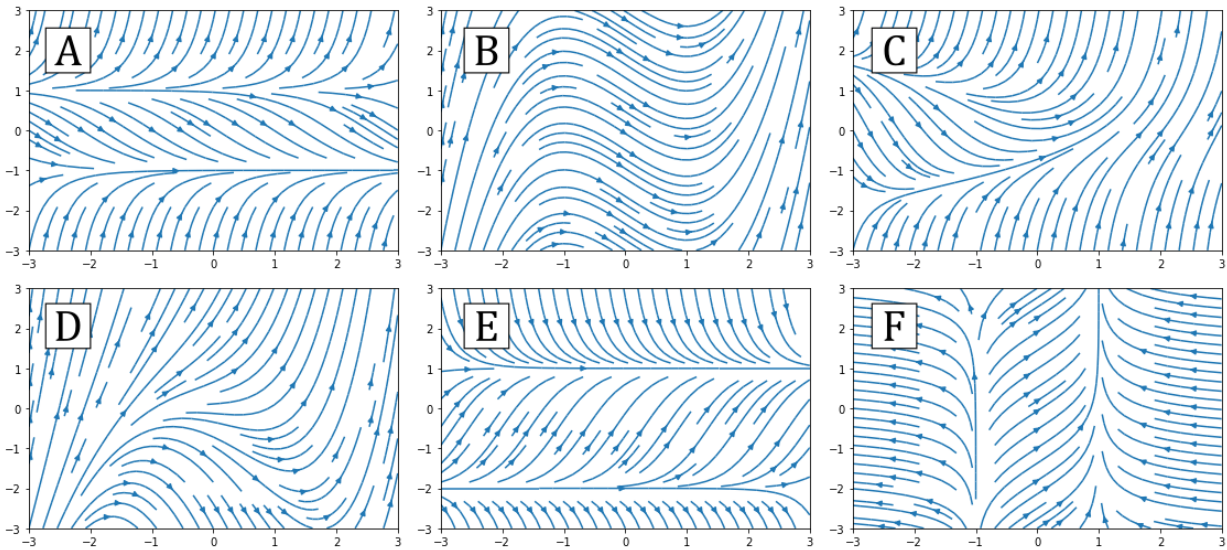
# Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

## EXAMEN GENERAL

**Instrucciones:** Cada problema vale 10 puntos y es suficiente obtener 40 puntos para aprobar el general. Sus respuestas deben ser legibles y rigurosamente justificadas para obtener crédito.

1. Identifica cada una de las siguientes ecuaciones con sus gráficas en el plano  $ty$  y justifica brevemente tu elección. En todos los casos  $y = y(t)$  es la variable dependiente y  $t$  es la variable independiente.

1.  $y' = 2 - y - y^2$
2.  $y' = t^2 - 1$
3.  $y' = y + t^2$



2. Verifica que

$$y(t) = e^{t^2} + \int_0^t e^{t^2-s^2} ds$$

es solución de  $y' - 2ty = 1$ .

3. Calcula  $y(\pi)$  dado que

$$y' + (3 + 4i)y = 0, \quad y(0) = 1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0.$$

4. Considera el sistema en el plano  $\mathbb{R}^2$  con coordenadas  $x$  e  $y$

$$x' = xy + 12, \quad y' = x^2 + y^2 - 25$$

Determina los puntos fijos y su respectiva estabilidad.

5. Calcula  $A^{100}$  y  $e^{At}$  para

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Determina para cuáles condiciones iniciales se tiene que el siguiente sistema en el plano tiene soluciones para todo  $t \in \mathbb{R}$

$$x' = y, \quad y' = -x^2.$$