

Responde 4 de las 5 preguntas. Tienes 4 horas para contestar, ¡Buena suerte!

1. Demuestra que si  $X$  es un espacio compacto y  $T_2$ , entonces  $X$  es normal.
2. Usando la definición de “conexo”, demuestra que el intervalo  $[0, 1]$  es conexo (con la topología de subespacio de  $\mathbb{R}$ ).
3. Sea  $T_g$  la superficie orientable de género  $g \geq 1$  y sea  $\alpha \subset T_g$  una curva simple cerrada no trivial que separa a  $T_g$ . Demuestra que  $\alpha$  no es retracto de  $T_g$ .
4. Sean  $V_1 \cong V_2$  toros sólidos. Sea  $\alpha_i \subset \partial V_i$  una curva simple cerrada no trivial,  $i = 1, 2$ , y sea  $h : \alpha_1 \rightarrow \alpha_2$  un homeomorfismo. Escribimos

$$X = \frac{V_1 \sqcup V_2}{x \sim h(x)}.$$

Calcula  $\pi_1(X)$  (basta con dar una presentación del grupo).

*Sugerencia:* No uses el Teorema CW.

5. Escribimos  $I = [-1, 1]$ . Si

$$X = \frac{I^3}{(s, t, 0) \sim (-s, t, 1), (s, -1, u) \sim (s, 1, u), (-1, t, u) \sim (1, t, u) \forall s, t, u \in I},$$

calcula  $\pi_1(X)$  (basta con dar una presentación del grupo).